УДК 004.378

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ІНДИВІДУЛЬНИМ ПРОЦЕСОМ НАВЧАННЯ

Ю.І. Косенко, О. Гельгорд

Науковий керівник – каф. «Інформаційних систем», канд. техн. наук П.С. Носов

Індивідуально-орієнтований підхід в навчальному процесі набирає все більший пріоритет в області інформатизації освіти. Сучасні тенденції побудови математичних моделей управління навчальним процесом вже не можуть ґрунтуватися на стаціонарних підходах.

Рішення задачі оптимального управління індивідуальним процесом навчання (ІПН) ускладнюється чинниками які змінюють свої значення з часом. Як наслідок, необхідно ввести тимчасові параметри, що характеризують модель оптимального управління ІПН як динамічну.

Введемо тимчасові параметри моделювання:

V1(t) – об'єм навчального матеріалу для навчання;

V2(t) – об'єм засвоєного матеріалу суб'єктом навчання (СН);

T(t) – темпи навчання;

L(t) – рівень засвоєння матеріалу СН;

I – коефіцієнт інтересу СН;

F – коефіцієнт забування СН;

M(t) – оптимальний часовий інтервал засвоєння матеріалу СН.

Введення параметрів опишемо системою диференціальних рівнянь, що описують динаміку зміни стану ІПН (1):

$$\dot{V}_1 = T - L, V_{1(0)} = 0; \ \dot{V}_2 = L - IV_2, V_{2(0)} = 0 \tag{1}$$

Інтегральна залежність від попередніх станів ІПН, δ описується наступними рівняннями (2):

$$L_{(t)} = V_{1(t)} \int_{\alpha<\beta} \theta(\alpha,\beta,t) d\mu(t); \ \theta(\alpha, \beta, t)=\delta[\theta_0(\alpha,\beta)]c(t), \tag{2}$$

де: θ, α, β – порогові числа конечномерного простору станів ІПН, а δ – оператор регулювання.

Приймемо, що темпи навчання обмежені T_0, $T(t) \in [0;T_0]$. Припустимо, що оптимальний стан ІПН знаходиться на проміжку: $[0<\varphi<T_0]$.

Тоді, $J(\varphi)$, визначається рівнянням (3):

$$J(\varphi) = \int_0^T (M_{(t)} L_{(t)} - T_{(t)} - IV_{1(t)}) dt . \qquad (3)$$

Перехід до стану ІПН, зводиться до оптимального управління, при якому функціонал $J(\varphi) \rightarrow max$, $J(\varphi)>0$. Подальше рішення задачі ґрунтуватиметься на принципі максимуму Понтрягина і функції Гамільтона [1] (4):

$$H(V_1, V_2, L, \gamma_1, \gamma_2, T, M) = T(\gamma_1 + 1) + L(\gamma_2 - \gamma_1 - M) + I\gamma_2 V_2 + FV_1, \qquad (4)$$

де $\gamma_{1(t)}$, $\gamma_{2(t)}$ – функції балансу системи. Залежно від знаку мінімум досягається при $T \equiv T_0$ або $T=0$ (5):

$$T_{(t)} = \begin{cases} 0, \gamma_{1(t)} + 1 > 0; \\ T_0, \gamma_{1(t)} + 1 < 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Для знаходження мінімуму функції виконаємо ряд диференціальних обчислень, внаслідок чого (6):

$$M_{(t)} = \begin{cases} \frac{1}{3}(\gamma_2 - \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1 - \gamma_2)^2 + 6\alpha^2}), \text{ если } \gamma_1 - \gamma_2 > 0; \\ \frac{2(\gamma_1 - \gamma_2) + \alpha\sqrt{6}}{3}, \text{ если } \gamma_2 - \gamma_1 > 0. \end{cases} \qquad (6)$$

Таким чином отримуємо гамильтониан (7):

$$H'_{(t)} = H'(V_1, V_2, \gamma_1, \gamma_2) = H'(\gamma_1 + 1) - (\gamma_1 - \gamma_2 + M')L(M') - I\gamma_2 V_2 + IV_1 \qquad (7)$$

При цьому функції балансу $\gamma_{1(t)}$ і $\gamma_{2(t)}$ описуються похідними (8, 9):

$$\gamma_1 = -\frac{\partial H'}{\partial V_1} = -F + \int_{\alpha<\beta} \theta(\alpha, \beta, t) d\mu_{(t)}; \qquad (8)$$

$$\gamma_2 = -\frac{\partial H'}{\partial V_2} = I\gamma_2 \text{ при: } \gamma_1(\varphi)=0, \gamma_2(\varphi)=0. \qquad (9)$$

Рішення рівняння описується наступною залежністю:

$\gamma_{2(t)} J\ 0,\ \ 0\ J\ t\ K\ \varphi$.

Для знаходження оптимуму необхідно визначити умови, що забезпечують існування функцій $M(t)$, $\gamma_{1(t)}$, що задовольняють рівнянню (7) і краєвій умові (9). Необхідно знайти статичну крапку $(W_M)_{(t)}$ (10):

$$(W_M)_{(t)} = \frac{2}{3}\int_t^{\varphi}\left(\int_{\alpha<\beta}\delta[\theta_0(\alpha,\beta)]M(\tau)d\mu(\tau)\right)d\tau + \frac{a\sqrt{6}}{3}. \qquad (10)$$

Статична крапка $(W_M)_{(t)}$, є оптимальним тимчасовим інтервалом засвоєння матеріалу СН у момент *t,* що забезпечує максимальне значення рівня знань-умінь СН на даному етапі навчання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. А. У. Арутюнов, Р. Р. Магаріл-ільяєв, В. М. Тіхоміров. Принцип максимуму Понтрягина. Доказ і додатки. – Факторіал Прес, 2006. – 144 з.