УДК 62-52:629.123

С.А. Бобриков, Е.Д. Пичугин, кандидаты техн. наук

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ РАСЧЕТЕ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Розглянуто метод розрахунку цифрових систем управління на основі логарифмічних амплітудно-частотних характеристик, що використовуються для розрахунку безперервних систем. Визначено залежність точності виконання показників якості перехідного процесу від величини кроку квантування безперервного сигналу за часом у разі переходу від безперервної передавальної функції коригуючої ланки, до дискретної.

Рассмотрен метод расчета цифровых систем управления на основе логарифмических амплитудно-частотных характеристик, используемых при расчете непрерывных систем. Определена зависимость точности выполнения показателей качества переходного процесса от величины шага квантования непрерывного сигнала по времени при переходе от непрерывной передаточной функции корректирующего звена к дискретной.

The method of calculation of digital control the system is considered on the basis of logarithmic gain-frequency descriptions, in-use at the calculation of the continuous systems. Dependence of exactness of implementation of indexes of quality of transient is certain on the size of step of quantum of continuous signal at times in transition from the continuous transmission function of correcting link to discrete.

Одним из наиболее широко используемых в инженерной практике методов расчета непрерывных систем управления по заданным показателям качества переходного процесса является метод логарифмических частотных характеристик. Метод позволяет сравнительно просто определить параметры корректирующего звена при заданных показателях качества и параметрах заданной (неизменяемой) части системы.

При расчете цифровой системы управления, если период квантования T_o достаточно малая величина ($T_o < \pi/\omega_{max}$, где ω_{max} – максимальная частота непрерывного сигнала), то метод логарифмических частотных характеристик, разработанный для непрерывных систем, может быть применён без каких-либо изменений. При малом шаге квантования дискретная система приближается по своим свойствам к непрерывной.

Однако не всегда условия реализации позволяют принять достаточно малую величину T_o. Построение логарифмических частотных характеристик для дискретных систем с учетом квантования сигналов во времени – задача, требующая большой затраты времени. При этом теряются преимущества метода логарифмических характеристик – простота, высокая точность результатов, наглядность.

Разработаны методы приближенного построения логарифмических характеристик для импульсных систем, но они тоже достаточно сложны и не всегда позволяют получить желаемую точность расчета.

Исходя из изложенного возникает вопрос определения допустимой величины шага квантования непрерывного сигнала T_o, при которой расчет дискретной системы методом, разработанным для расчета непрерывных систем, позволяет получить приемлемую точность.

Квантование сигнала по уровню, производимое цифровым управляющим устройством (цифровым корректирующим звеном) при наличии 7-8 десятичных разрядов в цифровом канале системы, на динамические свойства системы практически не влияет. Автоколебания, которые возможны в последнем разряде, как правило, практического значения не имеют. Однако, как показывают расчеты и моделирование, при слишком малых значениях шага квантования по времени система становится неустойчивой. Причина этого – рекуррентный принцип работы вычислителя и связанное с этим накопление ошибок квантования по уровню. При слишком большом количестве шагов вычисления (малая величина $T_о$) ошибка превышает допустимую величину и процесс становится расходящимся.

Таким образом, представляется целесообразным определить допустимую границу возможных значений $T_о$ как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

Рассмотрим частный, но часто встречающийся в инженерной практике случай, когда неизменяемая часть системы не содержит колебательных и неминимально-фазовых звеньев. Для расчета таких систем можно ограничиться только их аплитудно-частотной характеристикой, не рассматривая фазо-частотную характеристику, что упрощает проведение расчетов.

Пусть передаточная функция непрерывной скорректированной (желаемой) разомкнутой системы имеет вид

$$K_{Æ}(p) = \frac{K(T_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)^r p^{\nu}} \quad . \qquad (1)$$

Принимаем, что заданными показателями качества переходного процесса являются следующие величины: $\sigma_м$,% – максимальное перерегулирование при ступенчатом входном воздействии; t_p – время переходного процесса, с; K – коэффициент усиления системы.

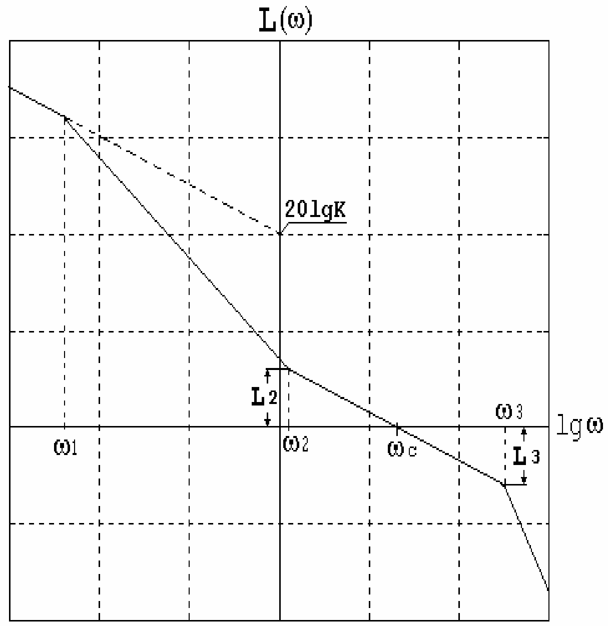

Рис.1. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика желаемой системы

Метод построения желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) по заданным показателям качества хорошо разработан [1, 2]. Для рассматриваемого частного случая, когда желаемая передаточная функция принимается в виде (1), определение величины L_2 и частоты среза ω_c (рис.1) удобно производить с помощью таблицы, полученной экспериментально путем моделирования:

Таблица. Моделирование экспериментальным путем

$\sigma_м$,%	10	15	20	25	30
$t_p\omega_c$	15,7	13,8	12,6	11,3	10
L_2, дБ	18	15	13,5	12	11

Постоянные времени передаточной функции (1) определяются следующими выражениями:

$$T_1 = 1/\omega_1, \quad T_2 = 1/\omega_2, \quad T_3 = \frac{1}{\omega_3(1 + 0{,}1r)}.$$

Частота ω_3 ограничивает область средних частот ЛАЧХ справа и соответствует величине $L_3 = -L_2$ (рис.1),

$$r = n - m,$$

где n – степень полинома знаменателя передаточной функции заданной части системы (за исключением нулевых корней); m – число постоянных времени передаточной функции заданной части системы, которые по величине больше величины $1/\omega_3$.

Рассматриваем случай, когда система корректируется последовательным корректирующим звеном, что легко реализуется цифровым управляющим устройством, имеем:

$$K_ж(p) = K_з(p) K_к(p),$$

где $K_з(p)$ и $K_к(p)$ – передаточные функции заданной части системы и последовательного корректирующего звена.

Из последнего выражения определяем передаточную функцию последовательного непрерывного корректирующего звена:

$$K_k(p) = \frac{K_{Æ}(p)}{K_{Ç}(p)}. \qquad (2)$$

Преобразование непрерывной передаточной функции в дискретную удобно выполнить, используя билинейное преобразование. Для этого в непрерывную передаточную функцию корректирующего звена $K_k(p)$ подставляем

$$p = \frac{2}{T_0}\left(\frac{Z-1}{Z+1}\right). \qquad (3)$$

Данный метод преобразования непрерывной передаточной функции в дискретную является приближенным. Погрешность преобразования тем меньше, чем меньше величина шага квантования по времени T_0. Для определения дискретной передаточной функции корректирующего звена необходимо выбрать величину шага квантования по времени T_0. Необходимое условие: $T_0 < 1/2\omega_c$.

Пусть по условиям реализуемости задана минимально допустимая величина шага квантования $T_{0\min}$.Для определения дискретной передаточной функции корректирующего звена, при которой показатели качества переходного процесса в дискретной системе будут не хуже, чем в системе непрерывной, при заданной величине $T_{0\min}$, можно воспользоваться графиком, полученным путем моделирования (рис.2).

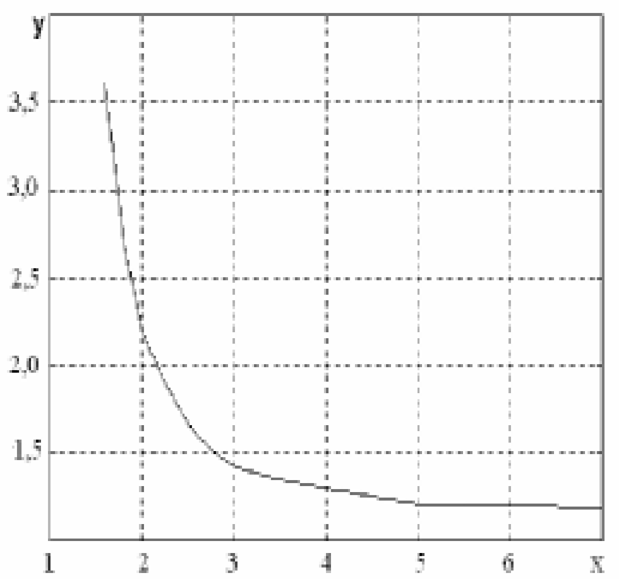

Рис.2. К расчету T_0, $x = 1/T_0\omega_c$, $y = \sigma_{m.д}/\sigma_{m.н}$

На графике рис.2 приняты следующие обозначения: T_0 – шаг квантования; ω_c – частота среза желаемой (скорректированной) системы; $\sigma_{m.д}$ – максимальное перерегулирование в дискретной системе; $\sigma_{m.н}$ – максимальное перерегулирование в скорректированной непрерывной системе (заданный показатель качества).

Расчет системы проводим в такой последовательности.

По заданным показателям качества $\sigma_м$, t_p и K и известной передаточной функции неизменяемой части системы строим желаемую ЛАЧХ (рис.1). Определяем частоту среза желаемой системы ω_c.

Пусть по условиям реализуемости цифрового корректирующего устройства допустимая величина шага квантования равна $T_{0Д}$. Если $T_{0Д} > 1/2\omega_c$, то для определения дискретного корректирующего звена, при котором показатели качества переходного процесса будут не хуже заданных, можно воспользоваться следующей методикой расчета.

Находим величину $x = 1/T_0\omega_c$ ($T_0 = T_{0Д}$). По графику рис.2 находим для данного значения x соответствующую величину y. Далее находим величину $\sigma_{mн}$ (максимальное перерегулирование в непрерывной системе, при условии, что в дискретной системе с принятой величиной $T_{0Д}$ перерегулирование будет не больше заданного σ_m):

$$\sigma_{mн} = \frac{\sigma_m}{y}.$$

Для полученного значения $\sigma_{mн}$ строим желаемую ЛАЧХ, определяем непрерывную передаточную функцию корректирующего звена.

Подставив p из (3) в непрерывную передаточную функцию корректирующего звена, получаем дискретную передаточную функцию корректирующего звена $K_{к.д}(Z)$. При этом принимаем шаг квантования $T_0 = T_{0Д}$.

Определение параметров желаемой непрерывной передаточной функции (1) можно выполнить, не прибегая непосредственно к построению ЛАЧХ. Для этого можно воспользоваться следующими формулами.

Принимаем в качестве известных величины: $\sigma_м$; $t_р$; K; ν.

По табл.1 находим L_2 и ω_c. Далее определяем:

$$\lg\omega_2 = -0{,}05L_2 + \lg\omega_c; \quad \omega_2 = 10^{\lg\omega 2}; \; T_2 = \frac{1}{\omega_2};$$

$$\lg\omega_1 = \frac{L_2 + 40\lg\omega_2 - 20\lg K}{40 - 20\nu};$$

$$\omega_1 = 10^{\lg\omega 1}; \qquad T_1 = \frac{1}{\omega_1};$$

(для системы с астатизмом второго порядка T_1 не определяется);

$$\lg\omega_3 = 0{,}05L_2 + \lg\omega_c; \qquad \omega_3 = 10^{\lg\omega 3};$$

$$T_3 = \frac{1}{\omega_3(1+0{,}1r)}; (r = n - m).$$

Пример расчета. Пусть заданы следующие условия: передаточная функция неизменяемой части системы

$$K_{ç}(p) = \frac{1}{(0{,}3p+1)(0{,}15p+1)(0{,}1p+1)p};$$

требуемые показатели качества: $\sigma_{max} \le 15$ %, $t_p = 2$ с., $K = 50$, $\nu = 1$; допустимая величина шага квантования $T_{0Д} = 0{,}05$ с.

По таблице находим для $\sigma_{max} = 15$ %: $t_p\omega_c = 13{,}8$; $L_2 = 15$ дБ.

Определяем частоту среза:
$\omega_c = 13{,}8/2 = = 6{,}9$.

Вычисляем $\omega_c T_{0Д} = 6{,}9 \cdot 0{,}05 = 0{,}345$;

$$x = \frac{1}{\omega_c T_{0\min}} = \frac{1}{0{,}345} = 2{,}9 .$$

По графику рис.2 для x = 2,9 находим $y = 1{,}45$.

Из соотношения $\sigma_{mí} = \dfrac{\sigma_{mÄ}}{y}$ находим

$$\sigma_{mн} = \frac{15}{1{,}45} = 10{,}3 .$$

Определяем заново по таблице для значения $\sigma_{max} = 10$ % – $t_p\omega_c = 15{,}7$; $L_2 = 18$ дБ .

Уточненная величина частоты среза равна $\omega_c = 15{,}7/2 = 7{,}85$.

Далее рассчитываем параметры передаточной функции желаемой непрерывной системы:

$$\lg\omega_2 = -0{,}0518 + \lg 7{,}85 = 0; \quad \omega_2 = 1; \quad T_2 = 1 \ c;$$

$$\lg\omega_1 = \frac{18 + 40\lg 1 - 20\lg 50}{40 - 20} = -0{,}8; \quad \omega_1 = 0{,}158; \ T_1 = 6{,}3 с;$$

$$\lg\omega_3 = 0{,}05.18 + \lg 7{,}85 = 1{,}8; \quad \omega_3 = 63;$$

$$T_3 = \frac{1}{63(1+0{,}1.3)} = 0{,}012ñ.$$

Таким образом, передаточная функция желаемая имеет вид

$$K_{æ}(p) = \frac{50(p+1)}{(6{,}3p+1)(0{,}012p+1)^3 p}.$$

Передаточная функция непрерывного последовательного корректирующего звена

$$K_{êî}(p) = \frac{50(p+1)(0{,}3p+1)(0{,}15p+1)(0{,}1p+1)}{(6{,}3p+1)(0{,}012p+1)^3}.$$

Сделав подстановку (3) и приняв $T_0 = T_{0Д} = 0{,}05$ с, получим дискретную передаточную функцию корректирующего звена

$$K_{КД}(Z) = \frac{S_4Z^4 + S_3Z^3 + S_2Z^2 + S_1Z + S_0}{G_4Z^4 + G_3Z^3 + G_2Z^2 + G_1Z + G_0}.$$

Коэффициенты дискретной передаточной функции
S_0=2.010937; S_1=-10.6575; S_2= =20.96188;
S_3=-18.14; S_4= 5.829688; G_0=-3.3885E-04;
G_1= - 2.030401E-03; G_2= - 0031437;
G_3= -.001274; G_4= 4.33895E-03.

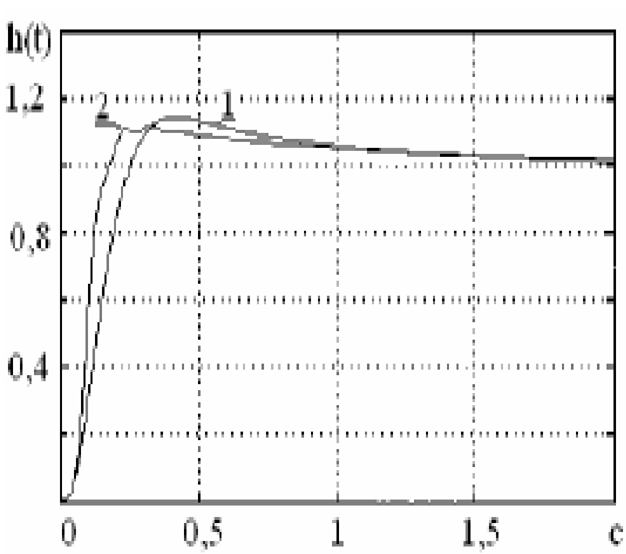

Рис.3. Переходные характеристики скорректированной системы с
1 – непрерывным корректирующим звеном;
2 – дискретным корректирующим звеном

Для вычисления дискретной передаточной функции следует пользоваться соответствующими программами.

На рис.3 приведены переходные характеристики в скорректированной системе с непрерывным и с дискретным корректирующим звеном.

Приведенный пример расчета подтверждает достаточно высокую точность рассмотренного метода определения максимально допустимого шага квантования непрерывного сигнала при пересчете непрерывной передаточной функции управляющего устройства в дискретную.

Список использованной литературы

1. Бесекерский В.А.. Теория систем автоматического регулирования / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов. – М.: Наука, 1975.– 766 с.

2. Батоврин А.А. Цифровые следящие системы судовой автоматики/А.А.Батоврин, П.Г.Дашевский, В.Д.Лебедев и др. – Л.: Судостроение, 1972. – 445 с.

3. Микропроцессорные автоматические системы регулирования. Основы теории и элементы / Солодовников В.В., Коньков В.Г., Суханов В.А., Шевяков О.В. – М.: Высш. шк., 1991. – 450 с.

Получена 20.10.2009

Бобриков Сергей Александрович
канд.техн.наук каф. Компь ютеризированные системы управления Одесск.нац.политехн. ун-та
т.д. 68-87-70

Пичугин Евгений Дмитриевич,
канд. техн. наук каф. Компьютеризированные системы управления Одесск.нац.политехн. ун-та
т.д.77-78-045