УДК 62.50

С.А. Положаенко, д-р техн. наук,
Н.И. Логинова, канд. техн. наук,
Ю.В. Григоренко

АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ КЛАССА ОБЪЕКТОВ С ВЫРАЖЕННЫМИ ИНЕРЦИОННОСТЯМИ

Розглянуто побудову компенсаторів запізнювань за координатами векторів простору стану та управління для об'єктів із суттєвими інерційними властивостями. Для синтезу компенсаторів використано стандартну векторно-матричну форму подання математичної моделі об'єкта управління. Показано, що внаслідок введення компенсаторів у структурну схему системи управління характеристичне рівняння замкненої системи не містить членів із запізненням.

Рассматривается задача построения компенсаторов запаздываний по компонентам векторов пространства состояний и управления для объектов с выраженными инерционными свойствами. При синтезе компенсаторов использована стандартная векторно-матричная форма представления математической модели объекта управления. Показано, что в результате введения компенсаторов в структурную схему системы управления характеристическое уравнение замкнутой системы не содержит членов с запаздываниями.

The problem of construction joints delays for components of vectors of the state space and management for objects with a distinct inertial property. In the synthesis of compensators used the standard vector-matrix form of presentation of the mathematical model of object management. It is shown that the introduction of expansion joints in the block diagram of control system, the characteristic equation of the closed system does not contain terms with delays.

Отличительной особенностью целого ряда объектов управления выступает их инерционность, что при синтезе законов управления проявляется в виде запаздываний по компонентам векторов пространства состояний и управления. Примеры таких объектов встречаются в самых различных отраслях промышленности, в частности, на транспорте (морское судно) или при добыче полезных ископаемых (пластовая система).

Во многих случаях объекты должны рассматриваться как системы с распределенными параметрами. Поэтому для них отклик по состояниям на введенное управление будет зависеть от места приложения управляющего воздействия и от точки пространственной области, для которой определяется состояние. В этом смысле можно говорить о том, что запаздывания по состояниям и управлениям у данного типа объектов обусловлены, кроме всего, и их значительными геометрическими размерами.

Негативными проявлениями влияния запаздываний на процесс управления являются затягивание переходного процесса и возможная потеря устойчивости. Если учесть, что для большинства из рассматриваемых объектов управление имеет значительные энергетические уровни, то решение задачи снижения влияния запаздываний на процесс управления является актуальной задачей.

Целью предлагаемой работы ставится отыскание аналитических зависимостей, описывающих регуляторы с компенсаторами запаздываний, в ходе синтеза законов управления объектами со значительными инерционностями.

Как известно [1–3], в системах с запаздываниями выбор закона управления ограничен, что вызвано склонностью системы к колебательности, увеличением времени переходного процесса, ограничением на коэффициент усиления регулятора (т.е. на величину управляющего воздействия) и, как следствие, снижением статической ошибки системы.

Конструктивными процедурами синтеза управляющих устройств для систем с запаздываниями является использование прогнозирующего блока для компенсации запаздываний. В литературе описаны случаи построения прогнозаторов [2], однако они строились для одномерных систем и их функционирование сводилось к прогнозу выходной величины системы на время запаздывания. Покажем возможность построения компенсатора для объектов, дискретная математическая модель (ММ) которых описывается стандартной векторно-матричной формой вида

$$\overline{\psi}_{m+1/3} = \overline{A}\left[v-\psi\right]_{m+\frac{l-1}{3}-\alpha_{di}} + \\ +\overline{G}\,\overline{U}_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} + \overline{XF}_{m+\frac{l-1}{3}}, \qquad (1)$$

$$\overline{\psi}^{k}_{y_m} = \overline{\varphi}\overline{\psi}^{k}_{m-\alpha_{di}}; \quad k=\overline{1,K_1}\,, \qquad (2)$$

$$\overline{\psi}(0)=\overline{\psi}_0; \quad \overline{\psi}_0=\left[\psi_{0,0}\psi_{0,1}\ldots\psi_{0,N}\right]^T; \\ N=WR \qquad (3)$$

где $\overline{\psi}_m$ – вектор состояний, $\bar{v}_m$ – вектор пространства пробных функций, $\overline{U}_m$ – вектор управлений, $\overline{\psi}^{k}_{y_m}$ – вектор выходных величин, F_m – вектор внешних возмущающих воздействий; – матрицы коэффициентов модели исследуемого процесса, K_1 – число точек приложения управляющего воздействия, $\overline{\varphi}$ – матрица коэффициентов измерительной системы; α_{di} и β_{di} – соответственно величины запаздываний по состояниям и по управлению (для простоты дальнейших рассуждений будем исходить из предположения, что запаздывания α_{di} и β_{di} являются величинами постоянными во времени); W, R – максимальные значения пространственных координат, определяющих геометрию объекта (рассматривается двумерный случай); m, l – индексы для обозначения шагов дискретизации ММ по времени.

Примем, что закон управления с обратной связью определяется выражением

$$\overline{U}_{m+\frac{l-1}{3}} = -\overline{K}\overline{\varphi}\overline{\psi}^{k}_{m+\frac{l-1}{3}} + \\ +\overline{R}^{-1}\overline{G}^{T}\overline{A}^{-T}\lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}},$$

где $\overline{K}=\overline{R}^{-1}\overline{G}^{T}\overline{A}^{T}\left\{\left[\overline{\Lambda}-\overline{S}\right]\right\}$ (или $\overline{K}=\Theta\left\{\left[\overline{\Lambda}-\overline{S}\right]\right\},\ \Theta=\overline{R}^{-1}\overline{G}^{T}\overline{A}^{T}$).

Будем синтезировать многомерный блок компенсации с представлением сигналов в дискретной форме. Структурная схема системы управления, описываемая в рамках модели вида (1)–(3), представлена на рис.1.

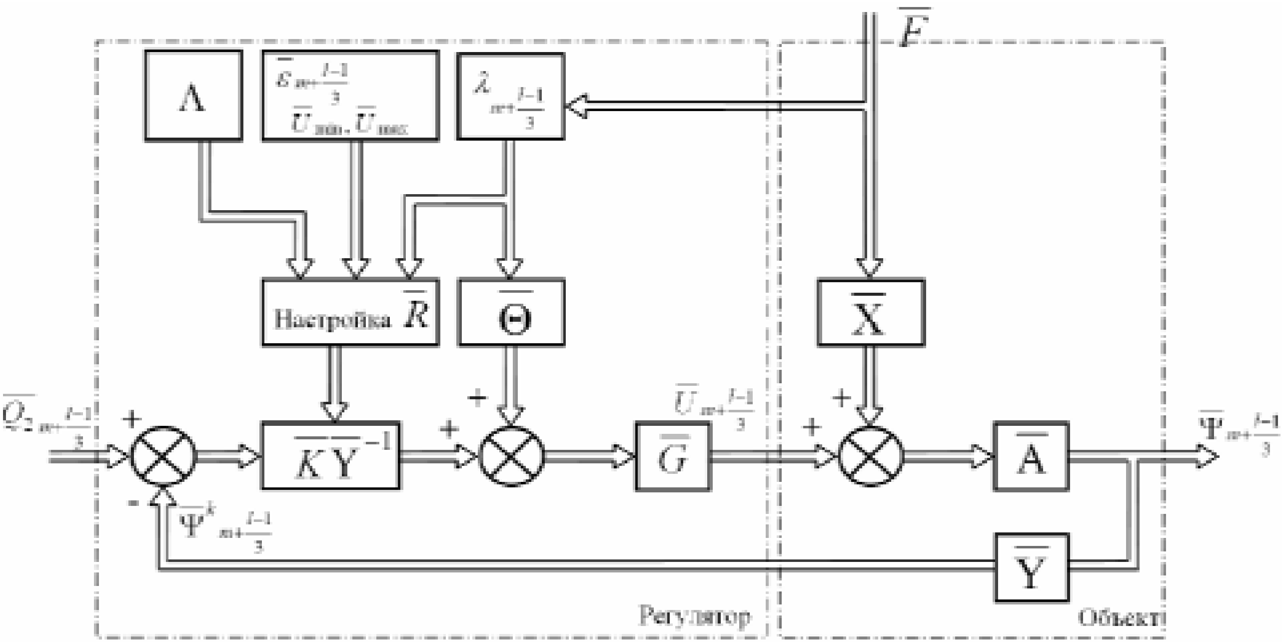

Рис.1. Структурная схема системы управления без компенсации запаздывания

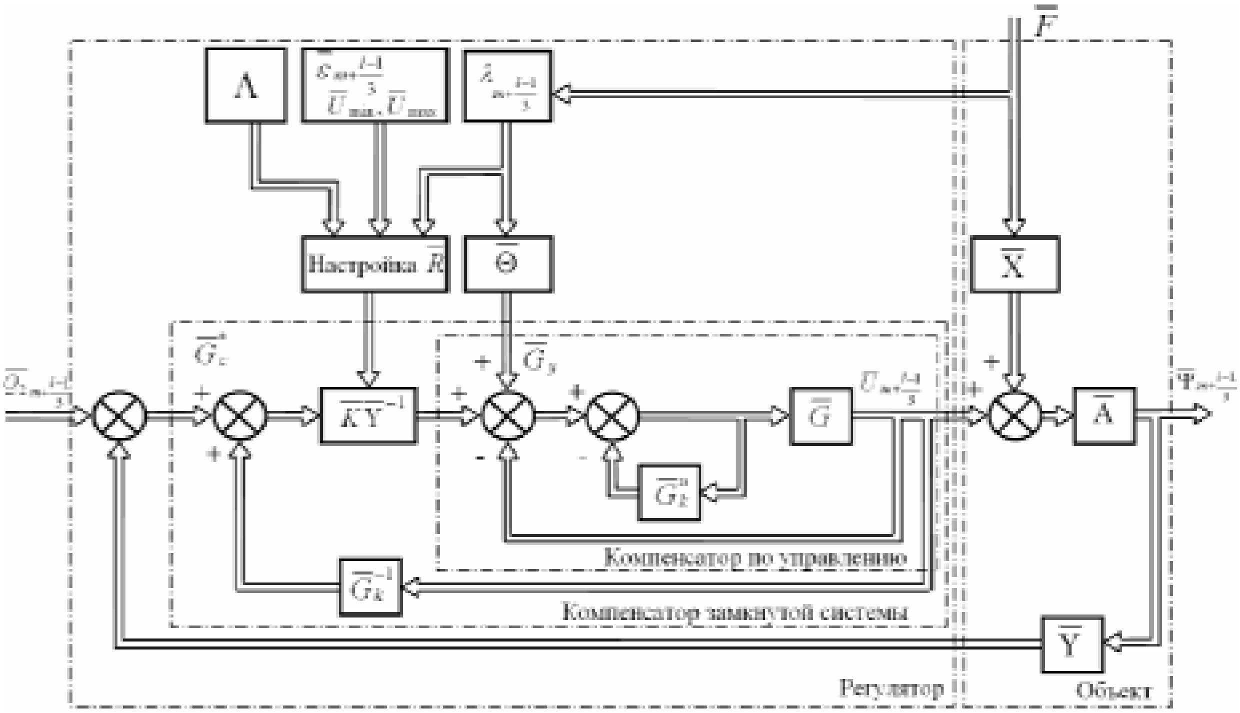

Рис.2. Структурная схема системы управления с компенсаторами запаздываний по состояниям и управлению

Введем в систему управления (рис.1) блок компенсации согласно рис.2. Получим выражения для матрицы $\overline{G}_c^*$, описывающей компенсатор запаздываний. Введем в рассмотрение матрицы $\overline{A}^*, \overline{G}^*, \overline{\varphi}^*$, относительно которых примем предположение, что они соответствуют описанным в (1)-(3) матрицам $\overline{A}, \overline{G}, \overline{\varphi}$, но не содержащие запаздывания.

Также введем обозначения:

$$\overline{E}^* = \overline{S} + \overline{A}^{*T}\,\overline{A}^*$$
$$\overline{K} = \overline{R}^{-1}\overline{G}_y^T\,\overline{A}^*\left\{\left[\overline{E}^* - \overline{S}\right]\right\},$$

где выражение для матрицы $\overline{G}_y$ представлено ниже.

Вначале выполним компенсацию по управлению. Пусть матрица

$$\overline{G}_k^u = \overline{G}^* - \overline{G}\,.$$

Тогда матрица $\overline{G}_y$, описывающая компенсатор по управлению, вычисляется в соответствии с выражением

$$\overline{G}_y = \left(I + \overline{G}_k^u\right)^{-1}\overline{G}\left(I + I\left(I + \overline{G}_k^u\right)^{-1}\overline{G}\right)^{-1}. \quad (4)$$

Заметим, что вход по каналу возмущения не рассматривается, т.к. запаздываний по возмущениям нет.

Преобразовывая (4), получим

$$\overline{G}_y = \overline{G}\left(I + \overline{G}_k^u + \overline{G}\right)^{-1} =$$
$$= \overline{G}\left(I + \overline{G}^* - \overline{G} + \overline{G}\right)^{-1} = \overline{G}\left(I + \overline{G}^*\right)^{-1}.$$

Устойчивость компенсатора по управлению определяется корнями характеристического уравнения

$$\left|I + \overline{G}^*\right| = 0\,. \quad (5)$$

Как видно из (5), членов с запаздываниями в характеристическом уравнении нет и, очевидно, запаздывания по управлению β_{di} не будут влиять на устойчивость замкнутой системы в целом.

Заметим, что аналогичные результаты получим, если матрица $\overline{G}_k^u$ будет содержать аддитивные члены вида

$$\overline{g}_{k_i}^u = \overline{g}_i\left(1 - e^{-\beta_{di}p}\right),$$

где $\overline{g}_{k_i}^u$ и $\overline{g}_i$ – соответственно элементы матриц $\overline{G}_k^u$ и $\overline{G}$, а β_{di} – запаздывание для i-го элемента матрицы $\overline{G}$.

Определим теперь условия компенсации запаздываний по состояниям.

Потребуем, чтобы матрица компенсатора $\overline{G}_k$ определялась в соответствии с выражением

$$\overline{G}_k = \overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^* - \overline{\varphi}\overline{A}\overline{K}\,. \quad (6)$$

Тогда можно записать выражение для матрицы $\overline{G_c}^*$, описывающей блок компенсации замкнутой системы:

$$\overline{G}_c^* = \left(I + \overline{K}\varphi^{-1}\overline{G}_y\overline{G}_k\right)^{-1}\overline{K}\varphi^{-1}G_y . \qquad (7)$$

Для всей замкнутой системы можно записать матричное уравнение, описывающее выходную величину (опустив для простоты индексы дискретизации для соответствующих переменных)

$$\overline{\psi} = \left(I + \overline{A}\,\overline{G}_c^*\overline{\varphi}\right)^{-1}\left(\overline{A}\,\overline{G}_c^* + \overline{\Theta}\,\overline{G}_y\overline{\lambda} + \overline{XF}\right). \qquad (8)$$

Подстановка (6) и (7) в (8) дает

$$\begin{aligned}\overline{\psi} = &\left(I + \overline{A}\,\overline{Y}^{-1}\overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}\right)^{-1}\times\\ &\times\left(\overline{A}\,\overline{Y}^{-1}\overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi} + \overline{\Theta}\,\overline{G}_y\overline{\lambda} + \overline{XF}\right),\end{aligned} \qquad (9)$$

где $\overline{Y} = I + \overline{K}\varphi^{-1}\overline{G}_y\left(\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^* - \overline{\varphi}\overline{A}\overline{K}\right)$.

Если предположить, что матрица $\overline{A}$ невырожденная, то воспользовавшись леммой об обращении матриц, получим

$$\begin{aligned}&\left(I + \overline{A}\,\overline{Y}^{-1}\overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}\right)^{-1} =\\ &= \overline{A}\overline{K}\left(\overline{Y} + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}\overline{A}\overline{K}\right)^{-1}\overline{YA}^{-1}\overline{K}^{-1}.\end{aligned}$$

Из выражения (9) имеем

$$\begin{aligned}&\overline{Y} + \overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}\overline{A}\overline{K} =\\ &= I + \overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^*.\end{aligned}$$

Подставив выражения для $\left(I + \overline{A}\,\overline{G}_c^*\overline{\varphi}\right)^{-1}$ и для $\left(\overline{Y} + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}\overline{A}\overline{K}\right)^{-1}$ в (9), приходим к следующему результату:

$$\begin{aligned}\overline{\psi} = &\,\overline{A}\overline{K}\left(I + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^*\right)^{-1}\overline{K}\overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y +\\ &+ \overline{A}\overline{K}\left(I + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^*\right)^{-1}\overline{\Theta}\,\overline{G}_y\overline{\lambda} +\\ &+ \overline{A}\overline{K}\left(I + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^*\right)^{-1}\overline{YA}^{-1}\overline{XF}.\end{aligned}$$

Очевидно, что устойчивость замкнутой системы будет определяться корнями характеристического уравнения

$$\left|I + \overline{\varphi}^{-1}\overline{G}_y\overline{\varphi}^*\overline{A}^*\overline{K}^*\right| = 0. \qquad (10)$$

Анализ (10) приводит к выводу, что в характеристическом уравнении замкнутой системы членов с запаздываниями по состоянию (и по управлению, что следует из ранее проведенных рассуждений) нет, т.е. запаздывания не сказываются на устойчивости замкнутой системы.

В работе решена задача построения компенсаторов, позволяющих устранить влияние запаздываний по состояниям и управлению при синтезе законов управления объектами, характеризующимися значительными инерционностями.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании систем управления, например, пространственно-распределенными объектами для обеспечения требуемых показателей качества переходного процесса (в частности, повышения точности регулирования и снижения колебательности) путем выбора достаточно больших коэффициентов усиления регулятора, не опасаясь неустойчивости замкнутой системы.

Список использованной литературы

1. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость / Воронов А.А. – М.: Наука, 1979.– 336 с.
2. Рей У. Методы управления технологическими процессами / Рей У. – М.: Мир, 1983.– 367 с.
3. Сейдж Э.П. Оптимальное управление системами / Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. – М.: Радио и связь, 1982.– 391 с.

Получено 05.10.2009

Положаенко
Сергей Анатолиевич,
д-р техн. наук, профессор,
зав. каф. «Компьютеризированных систем управления»
Одес. нац. политехн. ун-та
тел. 779-72-36

Логинова
Наталья Ивановна,
канд. пед. наук, ст. пр. каф. правовой информатики
Одес. нац. юр. академии
тел. 719-87-75
e-mail: nlogin@mail.ru

Григоренко Ю.В.
инж. каф. «Компьютеризированных систем управления»
Одес. нац. політехн. ун-та
тел. 779-72-36